1.13

PERFILES EPISTÉMICOS Y EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA TRIGONOMETRÍA

EPISTEMIC PROFILES AND THE AND THE PROCESS OF TEACHING-LEARNING OF THE TRIGONOMETRY

Autores: Dr. C. Luis Filipe Narciso, Profesor Asistente[1]

Correo electrónico: luisfilipenarciso24@cug.co.cu

Identificador ORCID: http://orcid.org/0009-0004-5123-4365

[1] Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte, Angola

Dr. C. Carlos Beltrán Pazo, Profesor Titular[1]

Correo electrónico: beltranpazo@gemail.com

Identificador ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3804-4159

[2] Universidad de Guantánamo

Localidad: Cuanza Norte, Angola, Guantánamo, Cuba

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo general, presentar los métodos emplees por los alumnos de la 12ª clase del Magisterio nº 29 “Comandante Benedito” en el municipio de Cazengo, para determinación de valores de ángulos notables para contestar problemas de la trigonometría. La población estuvo constituida por 100 alumnos de la 12ª clase y 2 profesores que imparten Matemática. La muestra utilizada fue de 50 alumnos de una de las pandillas y el respectivo profesor, seleccionados según el criterio no probabilístico, intencional. El tipo de investigación según sus objetivos es descriptiva, desde el punto de vista del abordaje es cualitativa y cuantitativa y en cuanto su naturaleza es aplicada. Fueron utilizados métodos de procedimientos (estadístico) y de abordaje (análisis, síntesis, inducción y deducción), así como las técnicas: observación, entrevista y expediente por cuestionario a los alumnos. Los resultados logrados evidencian que la muestra seleccionada presenta muchas debilidades en lo que concierne la resolución de problemas trigonométricos debido al facto de no consigan sistematizar los conceptos, con particular incidencia en la utilización de las razones trigonométricas para la obtención de valores para ángulos notables.

Palabras clave: perfiles epistémicos, proceso de enseñanza-aprendizaje, trigonometría, ángulos notables.

Abstract

This research has the general objective of presenting the methods used by students of the 12th grade of Magisterium nº 29 “Comandante Benedito” in the municipality of Cazengo, to determine the values of notable angles to answer trigonometry problems. The population is made up of 100 12th grade students and 2 teachers who teach Mathematics. The sample used was 50 students from one of the classes and the respective teacher, selected according to the non-probabilistic, intentional criterion. The type of research according to its objectives is descriptive, from the point of view of the approach it is qualitative and quantitative and as for its nature it is applied. Procedural (statistical) and approach methods (analysis, synthesis, induction and deduction) were also used, as well as the following techniques: observation, interview and questionnaire survey of students. The results obtained show that the selected sample presents many weaknesses regarding the resolution of trigonometric problems due to the fact that they were unable to systematize the concepts, with particular emphasis on the use of trigonometric ratios to obtain values for notable angles.

Keywords: Epistemic Profiles, Teaching-learning process, Trigonometry, Notable angles.

Introducción

La investigación sobre el tema, obtención de valores de ángulos notables tiene como propósito aportar para minimizar las debilidades constatadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los valores de ángulos notables. Ha sido frecuente observar por parte de profesores la reproducción textual del manual de apoyo a su actividad, denotando alguna falta de creatividad, promoviendo una enseñanza de carácter reproductivo.

La Matemática por su histórico, considerada por muchos como una disciplina muy compleja, dada la elevada carga abstracta en sus contenidos, tiene en la contextualización y metodología de enseñanza, el empuje para el aprendizaje por parte de los alumnos. Por otro lado, la forma como son transmitidos los conceptos matemáticos en oposición la pedagogía de la construcción del conocimiento, son algunos de los problemas vividos en sala de clase.

Varias investigaciones en la enseñanza de la Matemática, han apuntado como debilidades en la enseñanza de conceptos algebraicos, geométricos y consecuentemente los trigonométricos, de manera transversal y vertical. La trigonometría en general, y en particular las razones trigonométricas fundamentales, son aspectos de la Matemática omnipresentes en lo cotidiano del individuo. Se utiliza para resolver situaciones de la Física, de la Astronomía, de las Ingenierías, de la Aeronáutica, etc.

La Matemática como disciplina transversal para todas las clases y cursos del II Ciclo, ha conocido a lo largo de los años inúmeros casos de reprobaciones e inadaptaciones. Una de las causas apuntadas ha sido la falta de motivación para el aprendizaje dado su carácter abstracto y aparente inaplicabilidad para resolución de situaciones de lo cotidiano por parte de algunos tópicos aleccionados.

Cabe al profesor, en el ámbito de su autonomía, planificar situaciones-problema con énfasis en la resolución de situaciones de lo cotidiano de los alumnos, que les llevará la aplicación práctica de los conceptos y promover una mejoría en la interpretación y comprensión de los mismos. En la senda de la transformación del currículo formal en currículo real, cabe al profesor el enchufe de decisiones que permitan concretar las orientaciones propuestas sin, sin embargo, poner en riesgo los marcos de referencia.

A pesar de ser notorias las dificultades con relación a los conceptos tanto algebraicos como geométricos, realzamos en este trabajo, los geométricos, pues, por consecuencia influenciaron directamente, quiere la enseñanza como el aprendizaje de los conceptos trigonométricos (Narciso, 2020).

En el pasado los profesores privilegiaban el dominio de los contenidos, por veces hasta memorizando a punto de no conseguir establecer alguna relación entre unas e otras. Hoy, la práctica muestra que más allá del dominio de los contenidos, el profesor debe ser capaz de definir estrategias que puedan vincular los sabes con el contexto, o sea, la preocupación en tener algún dominio de la pedagogía es fundamental para vincular la teoría a la práctica. De eso trata justamente este trabajo de investigación.

1. La resolución de problemas es uno de los ejes fundamentales del aprendizaje matemático

No se trata únicamente de aplicar fórmulas o algoritmos, sino de desarrollar la capacidad de comprender, representar, planificar, ejecutar y verificar soluciones, fomentando un pensamiento flexible y creativo. Según Schoenfeld (2016), resolver problemas implica tanto conocimiento matemático como metacognición, es decir, la capacidad de autorregularse durante el proceso.

En cuanto a los niveles del pensamiento matemático, diversos autores los clasifican según su complejidad cognitiva. Por ejemplo, Stein et al. (2020) distinguen entre tareas de bajo nivel (reproductivas, algorítmicas) y de alto nivel (conceptual, estratégico, con múltiples caminos de solución). Liljedahl (2020), en su trabajo sobre *Thinking Classrooms*, destaca la importancia de crear entornos en los que el alumnado se enfrente a tareas auténticas que estimulen un pensamiento matemático profundo y colaborativo.

Además, investigaciones recientes como las de Mason y Watson (2021) y Ribeiro et al. (2023) subrayan que fomentar distintos niveles de pensamiento —desde el operativo hasta el estructural y simbólico— ayuda al alumnado a conectar ideas, generalizar y argumentar matemáticamente.
En resumen, promover la resolución de problemas y trabajar con diversos niveles de pensamiento matemático permite al alumnado desarrollar competencias que van más allá de los procedimientos: refuerza el razonamiento, la creatividad y la autonomía en el aprendizaje matemático.

Perfiles epistémicos y niveles de razonamiento en la resolución de problemas trigonométricos

En el contexto del aprendizaje de la trigonometría, el alumnado manifiesta distintos perfiles epistémicos, es decir, diversas formas de concebir y relacionarse con el conocimiento matemático. Según investigaciones recientes como las de Godino, Batanero y Font (2020), dichos perfiles pueden clasificarse en tres grandes tipos:

- **Empírico-operativo**: el estudiante se basa en la experiencia, la manipulación concreta o el uso de herramientas tecnológicas, como calculadoras o programas gráficos, sin una comprensión profunda de los conceptos.
- **Algorítmico-procedimental**: se centra en la aplicación mecánica de fórmulas y algoritmos (como las razones trigonométricas), sin comprender necesariamente su origen o significado.
- **Teórico-estructural**: el estudiante comprende las relaciones entre los conceptos, reconoce propiedades y es capaz de justificar procedimientos a partir de definiciones y teoremas.

Paralelamente, los niveles de razonamiento al resolver problemas trigonométricos pueden analizarse según su complejidad cognitiva. De acuerdo con Duval (2017) y Stein et al. (2020), estos niveles incluyen:

- Reconocimiento de figuras y relaciones (por ejemplo, identificar triángulos rectángulos y aplicar el teorema de Pitágoras).
- Aplicación de fórmulas y procedimientos (uso correcto del seno, coseno y tangente).
- Modelización y generalización (traducción de situaciones reales en expresiones trigonométricas).
- Justificación y argumentación (explicación del porqué de un procedimiento o resultado).

Estudios como los de Flores y Sosa (2022) y Ramos y Tavares (2024) muestran que el alumnado transita entre estos niveles, y que un acompañamiento didáctico adecuado puede favorecer el paso de un razonamiento empírico a otro más estructural, especialmente a través de tareas que impliquen comprensión geométrica, análisis de variaciones y conexiones con otras áreas de las matemáticas.

2. **Relación entre los perfiles epistémicos y los esquemas conceptuales en la resolución de problemas trigonométricos**

Los perfiles epistémicos influyen directamente en la forma en que el alumnado moviliza esquemas conceptuales al enfrentarse a problemas trigonométricos. Un esquema conceptual se refiere al conjunto de conocimientos, representaciones y procedimientos que un estudiante activa para comprender y resolver una situación matemática. Estos esquemas están fuertemente determinados por la visión que el estudiante tiene de las matemáticas, es decir, por su perfil epistémico.

- **Perfil empírico-operativo**: los estudiantes con este perfil tienden a depender de experiencias concretas, manipulaciones gráficas o del uso de herramientas tecnológicas (calculadoras, software). Sus esquemas conceptuales se centran en la percepción visual (por ejemplo, identificar ángulos visualmente) y en la asociación directa entre elementos, sin una estructuración teórica clara.
- **Perfil algorítmico-procedimental**: aquí, el alumnado moviliza esquemas conceptuales ligados a "recetas" o fórmulas, como aplicar directamente seno = cateto opuesto / hipotenusa. Aunque pueden resolver ejercicios rutinarios, presentan dificultades al adaptar sus esquemas a contextos nuevos, interpretar gráficos o justificar resultados.
- **Perfil teórico-estructural**: este perfil permite una movilización más rica y flexible de los esquemas conceptuales. El alumno comprende las relaciones entre las funciones trigonométricas, el uso del círculo unitario, identidades trigonométricas y conexiones con otras áreas como la geometría analítica. Pueden construir modelos, argumentar y generalizar con mayor profundidad.

Según Godino et al. (2020), Cantoral y Farfán (2021), y Oliveira & Mendes (2023), cuanto más estructurado y reflexivo es el perfil epistémico, más complejos y articulados serán los esquemas conceptuales que el estudiante es capaz de activar y reorganizar. Por ello, la enseñanza debe ofrecer experiencias que favorezcan la transición de perfiles empíricos o procedimentales hacia perfiles más teóricos, mediante el uso de tareas abiertas, problemas contextualizados y espacios de argumentación.

3. **El estudio de la trigonometría en la enseñanza media en condiciones de Angola** La enseñanza de la Matemática siempre fue encarada por los alumnos y no solo, como algo complejo. Afluyen muchas veces para situaciones de fracaso: la falta de motivación para el aprendizaje, algunas veces aliada la falta de contextualización de los contenidos; las metodologías aplicadas desprovistas de innovación y su carácter eminentemente abstracto.

A lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje, se han observado algunos problemas, mayormente relacionados a la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Por otro lado, tales situaciones tienen afectado algunos tópicos relacionados a la trigonometría (La palabra trigonometría viene del griego TRI – tres; GONO – ángulo; y METRIEN – medida, se trata así, del estudio de las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo). Realzamos aquí, algunas dificultades en lo que dice respeto la identificación y denominación de los lados en el triángulo-rectángulo (catetos e hipotenusa) y concomitantemente, al conocimiento de los valores de las amplitudes de los ángulos y en particular de los ángulos notables.

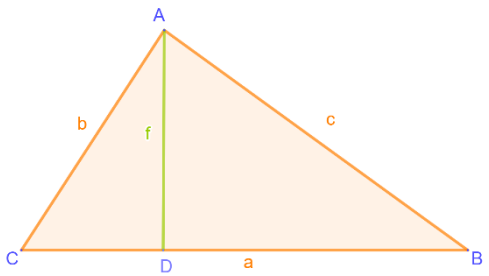
Según Leitao (2018), la resolución de problemas en contexto de la vida real da oportunidad a los alumnos de construcción de conceptos, del desarrollo de la autonomía y de la capacidad de contextualizar las situaciones presentadas con el mundo su vuelta, allende relacionar los nuevos conocimientos con los ya existentes (pp. 11-12).

Para el tópico en causa el abordaje se ciñe apenas al triángulo rectángulo, pues, existen algunas relaciones muy importantes que nos llevan al teorema de Pitágoras.

4. Deducción del teorema de Pitágoras

Para una mejor sistematización de los conceptos con vista a una interpretación superior de las razones trigonométricas en el triángulo-rectángulo, urge deducir el teorema de Pitágoras, mientras aspecto fundamental para la obtención de valores para ángulos notables y no solo. En este particular, se optó por la demostración a través de la semejanza de triángulos (Wagner, 2015).

Partiendo de un triángulo ABC, rectángulo en A, se plantea la altura AD y se verifica que los triángulos ADB y ADC son semejantes al triángulo ABC.



De la semejanza de los triángulos AHC e ABC se tiene $b^2 = am$ y de la semejanza de los triángulos ADB e ABC, se tiene $c^2 = an$. Adicionando las dos relaciones, miembro a miembro, se obtiene:

$b^2 + c^2 = am + an = a(m + n) = a.a = a^2$

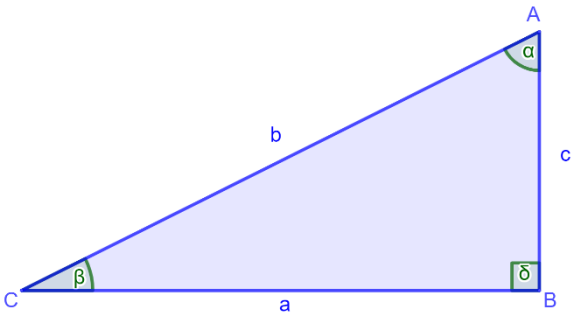
Luego, $b^2 + c^2 = a^2$

5. Estrategia para mejorar la interpretación del teorema de Pitágoras

Durante las clases observadas fue posible ver que el problema de los alumnos no es tanto, el desconocimiento del teorema de Pitágoras. La mayor incidencia del fracaso, reside en el facto de no consigan en un triángulo dado, distinguir sus elementos en función del respectivo ángulo de referencia. Para minimizar esta debilidad, se pensó insertar un ejercicio práctico de aplicación.

Ejemplo: Considere el triángulo dado

a) Identifique en el triángulo dado, el cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa em función de cada uno de los ángulos.



A partir de la figura, se pueden deducir los siguientes casos:

$$sen\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ (a)}{hipotenusa\ (b)} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

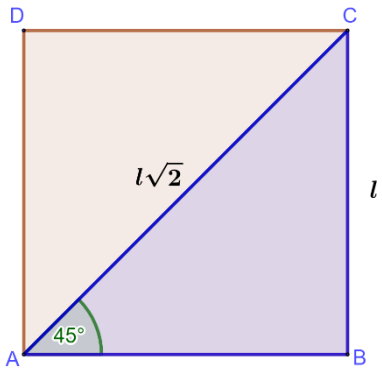
$$cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ (c)}{hipotenusa\ (b)} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$tg\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ (a)}{cateto\ adyacente\ (c)} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

$$sen\beta = \frac{cateto\ opuesto\ (c)}{hipotenusa\ (b)} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$cos\beta = \frac{cateto\ adyacente\ (a)}{hipotenusa\ (b)} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$tg\beta = \frac{cateto\ opuesto\ (c)}{cateto\ adyacente\ (a)} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$



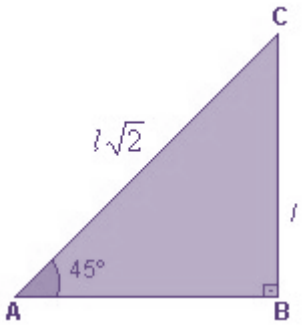
6. Las razones trigonométricas de los ángulos de $30°, 45°\ e\ 60°$

Partiendo de un cuadrado de lado l, los alumnos deben determinar el valor de la diagonal en función de l, utilizando el teorema de Pitágoras, y enseguida, las razones trigonométricas de 45°. Por otro lado, con a ayuda de un triángulo equilátero de lado l, los alumnos determinan en primer lugar la altura en función de l, recurriendo nuevamente al teorema de Pitágoras, y luego de seguida es les pedido el cálculo de las razones trigonométricas de los ángulos de 30° y de 30°.

Resolución:

1. Seno, coseno e tangente de $45°$

Aplicando las definiciones de seno, cosseno y tangente para um ângulo de $45°$, se tiene:



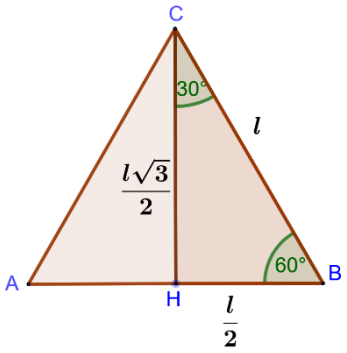
$$sen45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$cos45° = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg45° = \frac{l}{l} = 1$$

Para el análisis del seno, coseno y la tangente de los ángulos de $30°$ y de $60°$, se partió del triángulo equilátero como el que se muestra:

Aplicando las definiciones de seno, coseno y tangente para un ángulo de $30°$, se tiene:



$$sen30° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

$$cos30° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg30° = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

2. Seno, coseno y tangente de $60°$

Aplicando las definiciones de seno, coseno y tangente para un ángulo de $60°$, se tiene:

$$sen60° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos60° = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

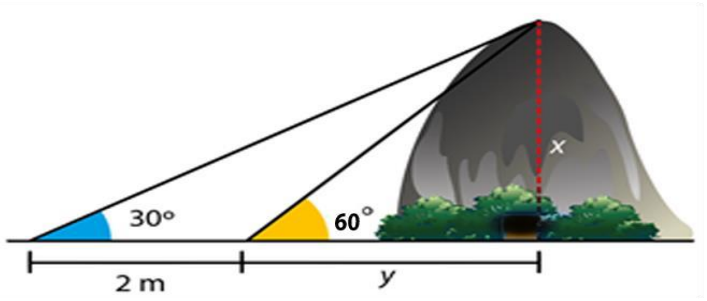
$$tg60° = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} = \sqrt{3}$$

Finalmente, se presenta la tabla con los valores de los ángulos notables

		Seno	Coseno	Tangente
$\frac{\pi}{6}$	$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$45°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ejercicio de aplicación

Joao ve el tope de un roquedo bajo un ángulo de 60°. Al alejarse del roquedo 2 m más, pasó a verlo bajo un ángulo de 30°, como está representado en la figura abajo. Determina la altura exacta del roquedo, en metros.



Fuente: Leitão, 2018, p. 138

Resolviendo:

$$\begin{cases} tg60° = \frac{x}{y} \\ tg30° = \frac{x}{2+y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{3} = \frac{x}{y} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2+y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ 3\sqrt{3}y = \sqrt{3}(2+y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ 3\sqrt{3}y = 2\sqrt{3} + \sqrt{3}y \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}y - \sqrt{3}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3}y \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 1 \end{cases}$$

7. Metodología

En esta sección se hace referencia con lo trayecto para la elaboración de esta pesquisa, desde la definición o tipología de pesquisa, los métodos de abordaje y de procedimientos utilizados, así como las técnicas e instrumentos aplicados. La caracterización de la institución en la que se aplicó bien como la población y muestra de estudio (Mazucato et al., 2018, p. 35).

La clasificación de la investigación científica es consecuente del criterio de abordaje del problema, en este caso, es miscelánea (Passos et Al, 2022, P. 11) (cualitativa y cuantitativa), por cuanto se basó en las técnicas de observación (Sampaio, 2022, P. 40) y prueba pedagógica (Engel y Tolfo, 2010). En cuanto la naturaleza es aplicada (Prodanov y Freitas, 2013, P. 15) y relativamente a sus objetivos es descriptiva (Sampaio, 2022, p. 26).

8. Población y muestra

En la presente investigación constituyeron la población (Ruiz, 2017, P. 94) 100 alumnos de la 12ª clase de la referida escuela y la muestra (Moresi, 2003, p. 66) 50 (50%) alumnos seleccionados de manera intencional, o sea, bajo el criterio no probabilístico.

9. Presentación y análisis de los resultados

En esta sección se presenta el análisis de los resultados logrados de la aplicación de las técnicas utilizadas, con el propósito de contestar al problema científico enunciado.

Resultados de la observación de las clases

Es frecuente durante el desarrollo de las clases no si observar el aseguramiento del nivel de partida, consecuentemente se compromete la motivación para el aprendizaje. A pesar del dominio del contenido por parte del profesor, las fases didácticas del desarrollo de la clase aliadas a métodos de enseñanza adecuadas pueden impactar positivamente en la interacción entre profesor y alumnos.

La falta de tareas atractivas en las actividades propuestas por el profesor, con realce para la falta de contextualización de los mismos y materiales de apoyo adecuados para el desarrollo de lo tiene, propician el fracaso en el alcance de los objetivos de la clase.

Resultado del expediente por entrevista a los profesores

De la aplicación de esta técnica, la respuesta a las 4 cuestiones resultó:

Con relación la primera cuestión, sobre contenidos con mayor dificultad para enseñar y las razones para tal: los dos profesores fueron unánimes en referir la trigonometría, de ellos destacó debido a que escasez de medios de enseñanza y el otro, la falta de sistematización de los contenidos.

En la segunda cuestión, se preguntó si siempre que planifican una clase, se preocupan por el aseguramiento del nivel de partida, las respuestas fueron: Un contestó, ni siempre, debido al facto del tópico ser de clases anteriores y el otro realzó que en la mayor parte de las veces depende de la complejidad del asunto a abordar.

Para la tercera cuestión, sobre cuales las mayores dificultades en la enseñanza de la trigonometría: un contestó, de ellos contestó, la falta de medios de enseñanza y el otro afirmó la falta de conocimientos básicos por parte de los alumnos. Relativo a la cuarta cuestión, sobre como los alumnos proceden para resolución de problemas en los que se vuelve necesario utilizar valores de ángulos notables, las respuestas fueron: un de los profesores destacó que algunos alumnos tienen la tabla memorizada y el otro refirió que algunos alumnos logran los valores a través de cálculos y otros ni siempre consiguen.

Resultados de la prueba pedagógica

De la prueba pedagógica aplicada a los alumnos constituyentes de la muestra, con el objetivo de constatar en la práctica los conocimientos y habilidades que poseen con relación al tema en estudio, de los 40 formularios distribuidos apenas fueron contestados 35, y resultaron:

En la primera prueba aplicada que tenía como objetivo evaluar el nivel de conocimientos sobre la construcción de figuras geométricas, desde la clasificación, identificación de sus elementos, aplicación de teoremas, etc. se comenzó por presentar dos cuadrados, uno de los cuadrados con los vértices alterados en la perspectiva de diferenciar de la habitual construcción en clase.

La siguiente tabla muestra el desempeño de los alumnos en función de las preguntas formuladas:

Pregunta	Aciertos	%	Errores	%
Identifique cada una de las figuras y clasifíquelas	17	49	18	51
Trace una diagonal en cada una de las figuras	27	77	8	23
Marque en cada una de las figuras, un ángulo adyacente a la diagonal	21	60	14	40
Clasifique los triángulos obtenidos según sus ángulos	12	34	23	66
Identifique: hipotenusa, cateto opuesto y cateto adyacente	14	40	21	60
Enuncie el teorema de Pitágoras	5	14	30	86
Escriba las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente de los ángulos de referencia	6	17	29	83

Fuente: Autor

De los resultados logrados se puede contrastar que: la falta de creatividad de los profesors en el sentido de diversificar las actividades propuestas, alterar la manera como construyen las figuras geométricas tornándolas cada vez menos usuales, desarrolla en los alumnos una actitud reproductiva, memorizando conceptos. Por otro lado, a pesar de los aciertos en algunos ítems, los alumnos no fueron capaces de demostrar coherencia entre lo que escribieron y lo que dibujaron.

Por ejemplo, relativamente la identificación de la hipotenusa y los catetos opuestos, en algunos casos indicaban bien un de los catetos y el otro no; con relación al teorema de Pitágoras, pocos acertaron porque mientras unos hicieron mención al texto, explicitando el triángulo-rectángulo y la respectiva expresión matemática, la mayor parte de los alumnos se limitó a presentar la expresión matemática desfasada de la simbología inherente a cada figura dibujada.

Por tanto, los aspectos enunciados arriba expuestos, permitieron percibir qué los alumnos, en lo que concierne las razones trigonométricas, demostraron algún conocimiento en tenemos de expresión matemática de las mismas, no consiguiendo apenas vincularlas al respectivo dibujo (figura), qué una vez más, trajo a descubierto el carácter memorístico en algunas fases del proceso. La primera prueba aplicada incidía esencialmente sobre los aspectos inherentes al aseguramiento del nivel de partida para a concreción del objetivo general del trabajo. De esta forma, fue aplicado, una según prueba cuyo fundamento era la aplicación de los conocimientos adquiridos para la obtención de los valores de ángulos notables. De los 40 formularios distribuidos apenas fueron contestados 36, y resultaron:

Preguntas	Aciertos	%	Errores	%
a) Escriba las razones trigonométricas del ángulo de referencia (seno, coseno y tangente)	8	22	28	78
b) Complete la tabla con los valores de los respectivos ángulos notables (calculando)	6	17	30	83

Fuente: Autor

En el inciso a) escriba las razones trigonométricas del ángulo de referencia (seno, coseno y tangente), apenas 8 (22%) acertaron, pues más allá de escribir las razones, relacionaron con los respectivos elementos de la figura, mientras 28 (78%) se limitaron a escribir de forma memorística, desproveída de cualquier relación con la figura presentada.

En el inciso b) complete la tabla con los valores de los respectivos ángulos notables (calculando), se registraron 6 (17%) aciertos, pues apenas éstos presentaron los cálculos para la obtención de los valores de los ángulos de referencia, otros 30 (83%) erraron, limitándose a presentar apenas los valores sin los respectivos cálculos, denotando simple memorización de los valores de los ángulos.

10. Consideraciones finales

La trigonometría como parte de la matemática en la que grande parte de los alumnos presenta dificultades data su complejidad, muchas veces derivada de la metodología de enseño poco motivadora aplicada por el profesor y otras veces por no si trabajen situaciones-problema que puedan ayudar el alumno a percibir la importancia y aplicabilidad de ella en lo cotidiano de los individuos.

El aseguramiento del nivel de partida, donde el profesor con énfasis en actividades de elaboración-conjunta lleva los alumnos a rebuscar y consolidar conceptos como: triángulo y su clasificación, en cuanto a los lados y en cuanto a los ángulos, los conceptos de cateto opuesto, cateto adyacente e hipotenusa, así como, analizar y esbozar la construcción del triángulo bajo varios prismas de análisis, pueden ayudar los alumnos la mejor discernir sobre las razones trigonométricas en el triángulo-rectángulo y desarrollar habilidades en el dominio de los conocimientos sobre ángulos notables.

Conclusiones

El desarrollo de este trabajo obedeció de forma crítica y criterios a los prerrequisitos necesarios para la articulación y dominio de conceptos trigonométricos imprescindibles para la resolución de situaciones-problema envolviendo el triángulo rectángulo. Por otro lado, se espera que sean minimizadas las debilidades en lo que concierne a aliar la teoría a la práctica y consecuentemente el desarrollo del raciocinio lógico-deductivo para aplicación en la resolución de problemas de lo cotidiano.

Referencias Bibliográficas

Alves, J. R. A. (s. d.). *Plano de aula sobre razões trigonométricas no triângulo rectângulo*

Engel, T., e Tolfo, D. (2010). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: UFRGS

Flores, D., & Sosa, M. (2022). Desarrollo del pensamiento trigonométrico mediante tareas de modelación. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 32(1), 45-68.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2020). *Didáctica de la matemática como disciplina de investigación*. Graó.

Leitão, S. M. A. C. (2018). *Investigações e Tecnologias no Ensino da Trigonometria: Uma experiência no 3º Ciclo*. Dissertação de mestrado, (Didáctica da Matemática), Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K–12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin Press.

Mason, J., & Watson, A. (2021). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Routledge.

Mazucato, T., et al. (2018). *Metodologia da pesquisa e do trabalho científico*. Penápolis, Brasil: FUNEPE

Moresi, E. (2003). *Metodologia da Pesquisa*. Universidade Católica: Brasília.

Oliveira, D., & Mendes, R. (2023). Perfis epistêmicos e resolução de problemas: uma análise em sala

de aula. *Educação Matemática em Revista*, 29(3), 88-105.

Passos, S. et al. (2022). *Manual de metodologia da pesquisa*. Sobral, Brasil: Faculdade Luciano Feijão.

Prodanov, C. C., e Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho académico*. 2ª ed., Rio Grande do Sul. Brasil.

Ramos, L., & Tavares, J. (2024). Níveis de raciocínio matemático em tarefas de trigonometria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 30(1), 35-52.

Ribeiro, M., Costa, A., & Almeida, L. (2023). Pensamento matemático e criatividade na resolução de problemas. *Revista Portuguesa de Educação*, 36(2), 61–80.

Sampaio, T. (2022). *Metodologia da pesquisa*, Santa Maria, Brasil: UFSM.

Schoenfeld, A. H. (2016). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. Journal of Education, 196(2), 1–38.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2020). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Wagner, Eduardo (2015). Teorema de Pitágoras e áreas, Rio de Janeiro: IMPA: Brasil